# Dispense di Telecomunicazioni

Classe 3ª — Indirizzo Informatica e Telecomunicazioni

ITIS

A.S. 2025–26

Appunti ad uso interno — non destinati alla distribuzione commerciale

# Indice

**Capitolo 0 — Le equazioni di Maxwell** **5**

**1 Elettrotecnica di base** **9**
1.1 La carica elettrica . . . 9
1.1.1 Agitazione termica . . . 9
1.2 La corrente elettrica . . . 10
1.2.1 Verso convenzionale della corrente . . . 10
1.2.2 Conduttori, isolanti e semiconduttori . . . 11
1.2.3 Conduzione nei diversi materiali . . . 11
1.3 Campo elettrico, tensione e differenza di potenziale . . . 11
1.3.1 Il campo elettrico . . . 11
1.3.2 Superfici equipotenziali e conservatività . . . 11
1.3.3 Energia potenziale e potenziale . . . 12
1.3.4 Differenza di potenziale (tensione) . . . 12
1.3.5 Il generatore di tensione . . . 13
1.4 Energia e potenza elettrica . . . 13
1.4.1 Potenza . . . 13
1.4.2 Energia . . . 14
1.5 La legge di Ohm . . . 14
1.5.1 Legge di Joule . . . 14
1.6 Resistività e conduttività . . . 15
1.7 Cortocircuito e circuito aperto . . . 16

**2 Le leggi di Kirchhoff** **17**
2.1 Circuiti e topologia . . . 17
2.2 Legge di Kirchhoff delle correnti (LKC) . . . 17
2.2.1 L'idea fisica . . . 17
2.3 Legge di Kirchhoff delle tensioni (LKT) . . . 18
2.3.1 L'idea fisica . . . 18

**3 Circuiti in corrente continua** **21**
3.1 Elementi in serie . . . 21
3.1.1 Il partitore di tensione . . . 21
3.2 Elementi in parallelo . . . 22
3.2.1 Il partitore di corrente . . . 22
3.3 Il principio di sovrapposizione . . . 23
3.3.1 Perché funziona: la linearità . . . 23
3.3.2 Procedura . . . 23

**4 Il condensatore e i transitori RC** **25**
4.1 Cos'è un condensatore . . . 25
4.1.1 Capacità . . . 26
4.1.2 Rigidità dielettrica . . . 26
4.1.3 Condensatori in parallelo e in serie . . . 26
4.2 La relazione fondamentale: $i = C\,dv/dt$ . . . 27
4.3 Il transitorio di carica . . . 27

4.3.1 Cosa ci aspettiamo, prima dei calcoli . . . 27
4.3.2 L'equazione differenziale e la sua soluzione . . . 28
4.3.3 Il significato di $\tau$ . . . 29
4.4 Il transitorio di scarica . . . 29
4.4.1 Energia immagazzinata nel condensatore . . . 29
4.5 Carica con un generatore di corrente costante . . . 30
4.6 La formula generale: condizione iniziale non nulla . . . 30
4.7 Applicazioni pratiche . . . 31

**5 L'induttore e i transitori RL** **33**
5.1 Cos'è un induttore . . . 33
5.2 Induttanza e flusso . . . 34
5.3 La relazione fondamentale: $v = L\,di/dt$ . . . 34
5.4 Il transitorio di carica: il circuito RL . . . 35
5.4.1 Cosa ci aspettiamo, prima dei calcoli . . . 35
5.4.2 L'equazione differenziale e la sua soluzione . . . 36
5.4.3 Il significato di $\tau = L/R$ . . . 37
5.5 Il transitorio di scarica: il picco di tensione . . . 37
5.6 La dualità: Maxwell, condensatore e induttore . . . 37
5.7 Induttori in serie e in parallelo . . . 38
5.8 La formula generale: condizione iniziale non nulla . . . 38
5.9 Applicazioni pratiche . . . 39

# Capitolo 0 — Le equazioni di Maxwell

Tutto quello che studieremo in queste dispense (la corrente in un filo, la tensione di una pila, il funzionamento di un condensatore, le onde radio, la luce visibile) discende da quattro equazioni scritte verso il 1865 dal fisico scozzese James Clerk Maxwell. Queste equazioni descrivono il comportamento di due campi: il **campo elettrico** $\vec{E}$ e il **campo magnetico** $\vec{B}$.

Non vi chiederò mai di risolvere queste equazioni. Sono scritte in un linguaggio matematico (il calcolo vettoriale) che imparerete molto più avanti, se proseguirete con studi scientifici. Ma vale la pena *vederle*, almeno una volta, perché tutto il resto del corso sarà conseguenza di quello che dicono.

## Le quattro equazioni

Eccole, scritte nella loro forma più compatta (forma differenziale, nel vuoto):

$$\nabla \cdot \vec{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \left( \vec{J} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right)$$

I simboli che vedete: $\vec{E}$ è il campo elettrico, $\vec{B}$ è il campo magnetico, $\rho$ è la densità di carica (quanta carica c'è per unità di volume), $\vec{J}$ è la densità di corrente (quanto flusso di cariche c'è per unità di area). Le costanti $\varepsilon_0$ e $\mu_0$ sono due numeri fissi della natura che dipendono dal mezzo di trasmissione (la *costante dielettrica del vuoto* e la *permeabilità magnetica del vuoto*) che vedremo riapparire più volte.

I simboli matematici $\nabla\cdot$ e $\nabla\times$ si chiamano rispettivamente **divergenza** e **rotore**: sono operazioni che si fanno su un campo vettoriale e producono informazioni sul suo comportamento in un punto dello spazio. Vediamo cosa significano una per una, con calma e in modo qualitativo.

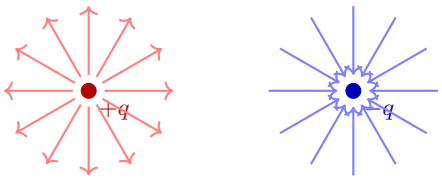
### Una regola di lettura

Prima di entrare nel dettaglio, una chiave di lettura che vale per tutte e quattro: **a destra c'è la sorgente, a sinistra c'è l'effetto**. Le equazioni dicono "data questa sorgente di campo, ecco come si comporta il campo nello spazio".

## Prima equazione: $\nabla \cdot \vec{E} = \rho/\varepsilon_0$

Il simbolo $\nabla\cdot$ si chiama **divergenza** e indica quanto un campo, in un certo punto dello spazio, tende a "uscire" o "entrare" in quel punto, come un rubinetto (uscita = divergenza positiva) o uno scarico (entrata = divergenza negativa).

Questa equazione dice: il campo elettrico ha origine dove c'è carica elettrica. Una carica positiva è una sorgente da cui le linee di campo *escono*; una carica negativa è uno scarico in cui le linee *entrano*. Niente carica, niente divergenza del campo.




Risolvendo questa equazione per una singola carica puntiforme $q$ ferma nello spazio, si ottiene:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r^2}\,\hat{r}$$

dove $r$ è la distanza dalla carica e $\hat{r}$ è un vettore di lunghezza unitaria che indica la direzione radiale. Il campo decresce con il quadrato della distanza. Questa è la legge di Coulomb, e in tutto il corso sarà alla base di concetti come potenziale, tensione, e di tutto ciò che riguarda l'elettrostatica.

## Seconda equazione: $\nabla \cdot \vec{B} = 0$

La divergenza del campo magnetico è sempre zero, ovunque. Questa equazione è semplice ma molto profonda: dice che **non esistono "cariche magnetiche"**. Non esistono "monopoli" magnetici: non esiste un nord senza un sud. Se prendete una calamita e la spezzate in due, non ottenete un pezzo nord e un pezzo sud: ottenete due calamite più piccole, ognuna con il suo nord e il suo sud.

Le linee di campo magnetico, di conseguenza, non hanno né inizio né fine: sono sempre chiuse su sé stesse. Questa è una differenza fondamentale rispetto al campo elettrico, e ha conseguenze importanti per come si genera il campo magnetico (sempre da correnti o da campi elettrici variabili, mai da "cariche magnetiche").

## Terza equazione: $\nabla \times \vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$

L'operatore $\nabla\times$ si chiama **rotore** e misura quanto un campo "ruota" attorno a un punto dello spazio. Se immaginate un piccolo mulinello che fluttua nel campo, il rotore vi dice quanto velocemente quel mulinello gira.

L'operatore $\partial/\partial t$ è invece la derivata rispetto al tempo: misura quanto velocemente qualcosa cambia istante per istante.

Mettendo insieme: questa equazione dice che **un campo magnetico che cambia nel tempo in un punto genera un campo elettrico che ruota attorno a quel punto**. Questa è la legge di induzione di Faraday, ed è uno dei principi più importanti dell'elettrotecnica: è il motivo per cui muovendo una calamita vicino a una bobina si genera una tensione (e quindi una corrente) nella bobina. Tutti i generatori elettrici del mondo funzionano grazie a questa equazione.

### Il segno meno: un dettaglio cruciale

Quel piccolo segno $-$ davanti a $\partial\vec{B}/\partial t$ è ciò che impedisce all'universo di esplodere in un'auto-amplificazione infinita di campi. Pensateci: un campo magnetico che cresce genera un campo elettrico, che potrebbe a sua volta mettere in moto cariche che generano altro campo magnetico, e così via. Se il segno fosse $+$, ogni piccola perturbazione si amplificherebbe senza limite e qualunque variazione di campo magnetico produrrebbe un'esplosione catastrofica.

Il segno $-$ dice invece che la corrente indotta genera un campo magnetico che si *oppone* alla variazione che l'ha causata. Questo principio si chiama **legge di Lenz** ed è una manifestazione della conservazione dell'energia: il sistema reagisce sempre per smorzare le perturbazioni, non

per amplificarle. È lo stesso motivo per cui una molla, quando la tirate, vi tira indietro, non vi spinge ulteriormente nella direzione in cui state tirando.

## Quarta equazione: $\nabla \times \vec{B} = \mu_0(\vec{J} + \varepsilon_0 \, \partial\vec{E}/\partial t)$

Il rotore del campo magnetico è prodotto da due cose: una densità di corrente $\vec{J}$ (cariche che si muovono) oppure un campo elettrico che varia nel tempo. Quest'ultimo termine, $\varepsilon_0 \, \partial\vec{E}/\partial t$, si chiama **corrente di spostamento** ed è stato l'aggiunta originale di Maxwell.

In parole semplici: il campo magnetico si genera in due modi. Il primo è quello che già conoscete intuitivamente: un filo percorso da corrente genera un campo magnetico attorno (è il motivo per cui una bussola devia vicino a un cavo elettrico). Il secondo è più sottile: anche dove non c'è alcuna corrente di cariche, basta che il campo elettrico stia cambiando nel tempo per generare comunque un campo magnetico.

## La simmetria nel vuoto: nascono le onde

Adesso facciamo un esperimento mentale. Cosa succede alle equazioni di Maxwell in una regione di spazio in cui non ci sono né cariche né correnti, ad esempio molto lontano da qualsiasi sorgente, in mezzo all'universo? Mettendo $\rho = 0$ e $\vec{J} = 0$:

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0 \qquad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \qquad \nabla \times \vec{B} = \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Le equazioni diventano *simmetriche*: campo elettrico e campo magnetico si comportano nello stesso modo. Una variazione del campo elettrico genera un campo magnetico che ruota; una variazione del campo magnetico genera un campo elettrico che ruota. I due si alimentano a vicenda.

Risolvendo queste equazioni si scopre qualcosa di straordinario: campo elettrico e campo magnetico si propagano nello spazio come due **onde** accoppiate, perpendicolari l'una all'altra, alla velocità:

$$v = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \varepsilon_0}} \approx 300\,000 \text{ km/s}$$

Questa velocità è esattamente la **velocità della luce**. Maxwell, vedendo questo risultato nel 1865, si rese conto che la luce *è* un'onda elettromagnetica. È il momento in cui ottica ed elettromagnetismo, due discipline fino ad allora separate, sono diventate una cosa sola.

## Cosa dovete portare via da questo capitolo

Non dovete imparare a memoria le equazioni. Non dovete saperle risolvere. Quello che è importante è che vi resti in mente:

1. Il **campo elettrico** è generato dalle cariche elettriche (prima equazione) e da campi magnetici che variano nel tempo (terza equazione).
2. Il **campo magnetico** non ha cariche proprie (seconda equazione): è generato da correnti elettriche e da campi elettrici che variano nel tempo (quarta equazione).
3. Quando $\partial/\partial t$ è zero (regime stazionario) i due campi sono indipendenti: l'elettrostatica e la magnetostatica vivono separate. Quando le cose variano nel tempo, i due campi si parlano e si generano a vicenda.

4. Lontano dalle sorgenti, questo dialogo produce onde che viaggiano alla velocità della luce. Luce, radio, Wi-Fi, raggi X sono tutti la stessa cosa.

# Capitolo 1

# Elettrotecnica di base

## 1.1 La carica elettrica

Tutta la materia è fatta di atomi. Un atomo è composto da un **nucleo**, che contiene protoni (carica positiva) e neutroni (carica nulla), circondato da **elettroni** (carica negativa) che si muovono attorno al nucleo.

Nel modello di Bohr, che è una semplificazione ma ci basta per capire i fenomeni elettrici, gli elettroni orbitano su livelli energetici ben definiti, come pianeti attorno al sole. Quando un atomo si trova nel suo stato normale, il numero di protoni è uguale al numero di elettroni: l'atomo è **elettricamente neutro**.

Può succedere che un atomo:

- riceva energia dall'esterno e un elettrone salti su un livello più alto → **atomo eccitato**;
- riceva abbastanza energia da far uscire un elettrone dall'atomo → **atomo ionizzato**.

Quando un atomo perde un elettrone, resta con un protone "di troppo": ha carica netta positiva. L'elettrone libero, invece, porta con sé carica negativa e può muoversi nel materiale. Questo è il meccanismo fondamentale alla base di tutti i fenomeni elettrici.

**Principio di conservazione della carica**

La carica elettrica non si crea né si distrugge: può solo essere spostata da un punto a un altro. La quantità totale di carica in un sistema isolato resta costante.

La carica si misura in **coulomb** (simbolo C). La carica di un singolo elettrone è piccolissima:

$$e = 1{,}6 \times 10^{-19}\,\mathrm{C}$$

Per avere un coulomb servono circa $6{,}24 \times 10^{18}$ elettroni, un numero enorme.

### 1.1.1 Agitazione termica

Anche senza applicare alcuna tensione esterna, gli elettroni liberi in un conduttore non stanno fermi: si muovono in direzioni casuali a causa dell'energia termica. Questo fenomeno si chiama **agitazione termica**. A temperatura ambiente, gli elettroni in un metallo si muovono a velocità dell'ordine di $10^5\,\mathrm{m/s}$, ma in direzioni completamente casuali. Poiché i movimenti si compensano statisticamente in tutte le direzioni dello spazio, non c'è trasporto netto di carica: non scorre corrente.

Per avere una corrente serve qualcosa che dia una direzione preferenziale al moto degli elettroni, come un campo elettrico, prodotto da un generatore.

**Velocità di deriva.** Su questo moto caotico, quando è presente un campo elettrico, si sovrappone uno spostamento ordinato nella direzione del campo: la *velocità di deriva* $v_d$. Per definizione

di corrente, in un filo di sezione $S$ con $n$ elettroni liberi per unità di volume (dove $I$ è la corrente):

$$I = n\,e\,v_d\,S \quad \Longrightarrow \quad v_d = \frac{I}{n\,e\,S}$$

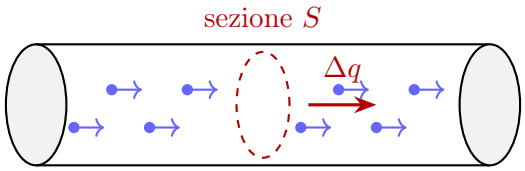
Per un filo di rame ($n \approx 8{,}5 \times 10^{28}\,\mathrm{m}^{-3}$), sezione $1\,\mathrm{mm}^2$, percorso da $1\,\mathrm{A}$:

$$v_d \approx \frac{1}{8{,}5 \times 10^{28} \cdot 1{,}6 \times 10^{-19} \cdot 10^{-6}} \approx 7 \times 10^{-5}\,\mathrm{m/s}$$

La velocità di deriva è circa un miliardo di volte più piccola della velocità termica. Eppure la corrente si "accende" quasi istantaneamente: non perché gli elettroni corrano veloci, ma perché il campo elettrico si propaga nel filo alla velocità della luce e mette in moto *tutti* gli elettroni contemporaneamente.

## 1.2 La corrente elettrica

Immaginiamo di avere un filo conduttore collegato a un generatore (una pila, ad esempio). Il generatore crea un campo elettrico all'interno del filo, e questo campo "spinge" gli elettroni liberi tutti nella stessa direzione. Il risultato è un flusso ordinato di cariche: questo flusso è la **corrente elettrica**.




Se attraverso una sezione del filo passa una carica $\Delta q$ in un intervallo di tempo $\Delta t$, definiamo l'**intensità di corrente**:

$$\boxed{I = \frac{\Delta q}{\Delta t}}$$

L'unità di misura è l'**ampere** (simbolo A): $1\,\mathrm{A} = 1\,\mathrm{C}/1\,\mathrm{s}$.

**La definizione con la derivata**

In realtà la corrente può variare istante per istante. La definizione precisa è:

$$i(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{dq}{dt}$$

Il simbolo $\frac{dq}{dt}$ si legge "derivata della carica rispetto al tempo" e indica la velocità con cui la carica passa in quel preciso istante. Per i nostri scopi, quando la corrente è costante (corrente continua, DC), la formula semplice $I = \Delta q/\Delta t$ è perfettamente sufficiente.

### 1.2.1 Verso convenzionale della corrente

C'è un fatto storico importante da riportare. Quando si scoprirono i fenomeni elettrici (XVIII secolo), non si sapeva cosa fossero le cariche in movimento. Si *scelse per convenzione* che la corrente andasse dal polo positivo al polo negativo del generatore, nel circuito esterno. Solo più tardi si scoprì che nei metalli sono gli elettroni a muoversi, e vanno in verso opposto, dal $-$ al $+$.

La convenzione storica è rimasta: il **verso convenzionale della corrente** va dal $+$ al $-$. Tutti i calcoli e le leggi funzionano perfettamente con questa convenzione.

### 1.2.2 Conduttori, isolanti e semiconduttori

Non tutti i materiali si comportano allo stesso modo di fronte alla corrente:

**Conduttori** (metalli come rame, argento, alluminio): hanno moltissimi elettroni liberi. La corrente passa facilmente.

**Isolanti** (vetro, gomma, plastica, ceramica): gli elettroni sono fortemente legati ai loro atomi. La corrente non passa (o passa in quantità trascurabile).

**Semiconduttori** (silicio, germanio): in condizioni normali conducono poco, ma le loro proprietà possono essere modificate in modo controllato. Sono alla base di tutta l'elettronica moderna (diodi, transistor, circuiti integrati).

### 1.2.3 Conduzione nei diversi materiali

**Nei metalli**, le cariche mobili sono gli elettroni liberi (quelli del livello energetico più esterno, detto banda di conduzione).

**Nei liquidi** (soluzioni elettrolitiche, come acqua salata o acidi diluiti), le cariche mobili sono gli *ioni*: atomi o gruppi di atomi che hanno perso o guadagnato elettroni. Qui si muovono sia cariche positive che negative.

**Nei gas**, in condizioni normali non c'è conduzione. Ma se si fornisce abbastanza energia (con una forte tensione, o riscaldando), il gas si ionizza: si formano ioni positivi ed elettroni liberi che possono muoversi. Il fulmine è un esempio naturale di conduzione nei gas.

## 1.3 Campo elettrico, tensione e differenza di potenziale

Abbiamo detto che per far scorrere una corrente serve un campo elettrico. Ma cos'è esattamente?

### 1.3.1 Il campo elettrico

Se mettiamo una carica positiva in una regione di spazio in cui c'è un campo elettrico, questa carica subisce una forza. Il campo elettrico $\vec{E}$ descrive questa forza: in ogni punto dello spazio, $\vec{E}$ indica la direzione e il verso in cui verrebbe spinta una carica positiva, e la sua intensità indica quanto forte sarebbe la spinta.

In un filo conduttore collegato a un generatore, il campo elettrico è diretto lungo il filo, dal polo $+$ al polo $-$. È questo campo che "trascina" gli elettroni (in verso opposto, essendo negativi) e genera la corrente.

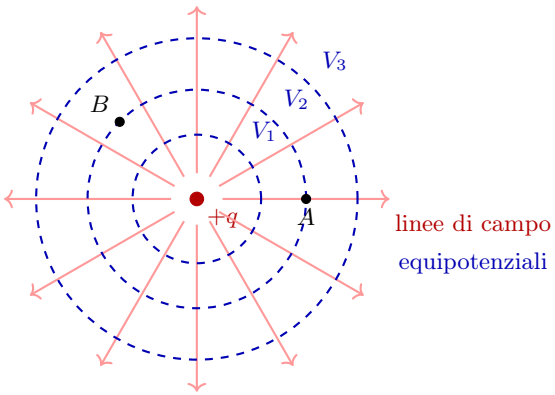
### 1.3.2 Superfici equipotenziali e conservatività

Per capire da dove nasce il concetto di tensione conviene tornare un attimo alla legge di Coulomb, che abbiamo incontrato nel Capitolo 0. Il campo elettrico generato da una singola carica puntiforme $q$ ha una forma molto particolare:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r^2}\,\hat{r}$$

È un campo **radiale**: in ogni punto dello spazio, $\vec{E}$ punta lungo la direzione che congiunge la carica al punto. La sua intensità dipende solo dalla distanza $r$ dalla carica: *tutti i punti che si trovano alla stessa distanza vedono lo stesso valore del campo.*

Questo significa che le sfere centrate sulla carica sono superfici molto speciali: spostandosi lungo una di esse, non si va né "verso" né "lontano" dalla carica, e l'energia non cambia. Le chiamiamo **superfici equipotenziali**, e nel piano si rappresentano come cerchi concentrici:




Notate una cosa fondamentale: le linee di campo (rosse) sono *sempre perpendicolari* alle superfici equipotenziali (blu). Da questo discende un fatto cruciale: per spostare una carica da un punto $A$ a un punto $B$ che si trovano sulla stessa equipotenziale, **non serve spendere alcuna energia**. Il motivo è geometrico: la forza elettrica $\vec{F} = q\vec{E}$ è in ogni istante perpendicolare al moto, e una forza perpendicolare allo spostamento non compie lavoro.

Adesso facciamo il passo decisivo. Immaginiamo di voler portare una carica da un punto $P_1$ (sulla prima equipotenziale) a un punto $P_2$ (sulla terza), seguendo due percorsi diversi: uno radiale e uno spezzato. Nel percorso spezzato, ogni tratto si decompone in un pezzo radiale (lungo una linea di campo, dove si spende energia) e un pezzo lungo un'equipotenziale (dove non si spende nulla). Sommando i contributi, l'energia totale spesa dipende solo da *quante* equipotenziali abbiamo attraversato, cioè dal punto di partenza e dal punto di arrivo. Il percorso preciso non conta.

Questa proprietà (l'energia spesa dipende solo dai due estremi, non dal cammino) si chiama **conservatività** del campo. L'abbiamo dimostrata per una singola carica puntiforme, ma vale anche per il campo prodotto da molte cariche, perché il campo totale è la somma dei singoli campi (principio di sovrapposizione) e una somma di campi conservativi è ancora conservativa. *Il campo elettrostatico è sempre conservativo*, e questa è la base fisica della legge di Kirchhoff delle tensioni.

### 1.3.3 Energia potenziale e potenziale

Poiché il campo è conservativo, possiamo associare a ogni punto dello spazio un valore di **energia potenziale elettrica**, esattamente come nell'analogia gravitazionale: un oggetto in alto ha più energia potenziale di uno in basso, e l'energia spesa per sollevarlo dipende solo dalla differenza di quota, non dal percorso (scala dritta o tortuosa).

Il **potenziale elettrico** $V$ in un punto è l'energia potenziale per unità di carica:

$$V = \frac{w}{q}$$

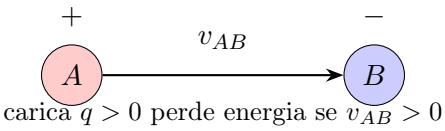
dove $w$ è l'energia potenziale della carica $q$ in quel punto. Si misura in **volt** (V): $1\,\mathrm{V} = 1\,\mathrm{J}/1\,\mathrm{C}$. Tutti i punti di una stessa superficie equipotenziale hanno lo stesso valore di $V$.

### 1.3.4 Differenza di potenziale (tensione)

Quello che interessa in un circuito non è il potenziale assoluto di un punto, ma la **differenza di potenziale** tra due punti, che chiamiamo **tensione**:

$$\boxed{v_{AB} = V(A) - V(B)}$$

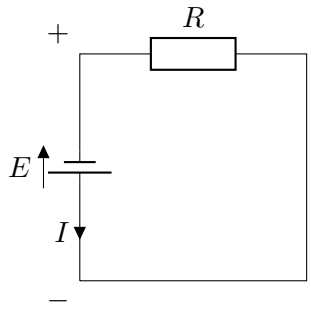
La tensione $v_{AB}$ rappresenta l'energia (per unità di carica) che una carica guadagna o perde spostandosi da $A$ a $B$.




Se $v_{AB} = 5\,\text{V}$, una carica di $1\,\text{C}$ che si sposta da $A$ a $B$ perde $5\,\text{J}$ di energia (che cede al circuito, ad esempio scaldando una resistenza). Se $v_{AB} = -3\,\text{V}$, la carica *guadagna* $3\,\text{J}$, cioè il punto $B$ è a potenziale maggiore di $A$.

### 1.3.5 Il generatore di tensione

Un generatore di tensione (pila, alimentatore, dinamo) è un dispositivo che mantiene una differenza di potenziale costante tra i suoi due morsetti. Per farlo, compie un lavoro: sposta cariche dal potenziale basso (−) al potenziale alto (+), usando energia chimica (pile), meccanica (dinamo) o altro.




All'interno del generatore, la carica viene "sollevata" dal polo − al polo +, guadagnando energia. Nel circuito esterno (la resistenza $R$, in questo caso), la carica scende dal potenziale alto a quello basso, cedendo l'energia al componente.

**Bilancio energetico di un circuito**

In un circuito chiuso, tutta l'energia fornita dal generatore viene ceduta ai componenti del circuito. Non si crea né si distrugge energia: si trasforma.

## 1.4 Energia e potenza elettrica

### 1.4.1 Potenza

Se una carica $\Delta q$ attraversa un componente ai cui capi c'è una tensione $v$, l'energia scambiata è $\Delta w = v \cdot \Delta q$. Se questo avviene in un tempo $\Delta t$, la **potenza** (energia scambiata nell'unità di tempo) è:

$$P = \frac{\Delta w}{\Delta t} = \frac{v \cdot \Delta q}{\Delta t} = v \cdot \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

Ma $\Delta q / \Delta t$ è proprio la corrente $I$, quindi:

$$\boxed{P = V \cdot I}$$

La potenza si misura in **watt** (W): $1\,\text{W} = 1\,\text{V} \times 1\,\text{A}$.

### 1.4.2 Energia

Se la potenza è costante, l'energia consumata in un tempo $\Delta t$ è semplicemente:

$$\boxed{W = P \cdot \Delta t}$$

L'energia si misura in joule (J), ma in ambito elettrico si usa spesso il **wattora** (Wh) o il **kilowattora** (kWh):

$$1\,\text{Wh} = 1\,\text{W} \times 3600\,\text{s} = 3600\,\text{J} \qquad 1\,\text{kWh} = 3{,}6 \times 10^6\,\text{J}$$

Il kWh è l'unità con cui le compagnie elettriche fatturano l'energia.

**Consumo di un forno**

Un forno elettrico assorbe 2000 W e resta acceso per 1,5 ore. L'energia consumata è:

$$W = 2000\,\text{W} \times 1{,}5\,\text{h} = 3000\,\text{Wh} = 3\,\text{kWh}$$

Se il costo dell'energia è 0,25 EUR/kWh, il costo è $3 \times 0{,}25 = 0{,}75$ EUR.

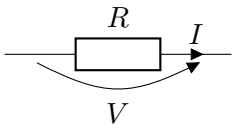
## 1.5 La legge di Ohm

Consideriamo un componente molto comune: il **resistore**. Sperimentalmente si osserva che, per molti materiali, la corrente che attraversa un conduttore è direttamente proporzionale alla tensione applicata ai suoi capi. Questa è la **legge di Ohm**:

$$\boxed{V = R \cdot I}$$

La costante di proporzionalità $R$ si chiama **resistenza** e si misura in **ohm** (simbolo $\Omega$): $1\,\Omega = 1\,\text{V}/1\,\text{A}$.

Il reciproco della resistenza si chiama **conduttanza** $G = 1/R$ e si misura in **siemens** (S).




La legge di Ohm dice che maggiore è la resistenza, minore è la corrente a parità di tensione e viceversa. Possiamo anche scriverla come:

$$I = \frac{V}{R} \qquad R = \frac{V}{I}$$

**Analogia idraulica**

Pensate a un tubo in cui scorre acqua. La tensione è come la differenza di pressione tra le due estremità del tubo: più è alta, più acqua scorre. La resistenza è come la "strettezza" del tubo: un tubo più stretto oppone più resistenza e lascia passare meno acqua.

### 1.5.1 Legge di Joule

Combinando la legge di Ohm con la formula della potenza, otteniamo la **legge di Joule**, che ci dice quanta potenza dissipa un resistore sotto forma di calore:

$$P = V \cdot I = (R \cdot I) \cdot I = R \cdot I^2$$

oppure, eliminando la corrente:

$$P = V \cdot I = V \cdot \frac{V}{R} = \frac{V^2}{R}$$

In sintesi:

$$\boxed{P = R\,I^2 = \frac{V^2}{R} = V\,I}$$

Queste tre forme sono equivalenti e si usano a seconda di quali grandezze sono note.

**Potenza dissipata da un resistore**

Un resistore da $100\,\Omega$ è attraversato da una corrente di $0{,}2\,\text{A}$. La potenza dissipata è:

$$P = R\,I^2 = 100 \times (0{,}2)^2 = 100 \times 0{,}04 = 4\,\text{W}$$

La tensione ai suoi capi è $V = RI = 100 \times 0{,}2 = 20\,\text{V}$. Verifica: $P = VI = 20 \times 0{,}2 = 4\,\text{W}$. ✓

## 1.6 Resistività e conduttività

La resistenza di un conduttore non dipende solo dal materiale, ma anche dalla sua geometria. Per un conduttore cilindrico (un filo) di lunghezza $\ell$ e sezione $S$:

$$\boxed{R = \rho\,\frac{\ell}{S}}$$

dove $\rho$ (lettera greca "rho") è la **resistività** del materiale, misurata in $\Omega \cdot \text{m}$. Ogni materiale ha il suo valore di $\rho$.

Intuitivamente: un filo più lungo ha più resistenza (la corrente deve attraversare più materiale), un filo più grosso ha meno resistenza (la corrente ha più "spazio" per passare).

Il reciproco della resistività è la **conduttività**: $\sigma = 1/\rho$, misurata in S/m.

| **Materiale** | $\boldsymbol{\rho}$ ($\Omega$·m) |
|---|---|
| Argento | $1{,}6 \times 10^{-8}$ |
| Rame | $1{,}7 \times 10^{-8}$ |
| Alluminio | $2{,}8 \times 10^{-8}$ |
| Ferro | $10 \times 10^{-8}$ |
| Silicio (puro) | $\sim 640$ |
| Vetro | $\sim 10^{12}$ |

Tabella 1.1: Resistività di alcuni materiali a temperatura ambiente.

**Dipendenza dalla temperatura.** Più in generale, la resistività varia con la temperatura. Nell'intorno della temperatura ambiente la variazione è lineare:

$$R(T) = R_0\big[1 + \alpha\,(T - T_0)\big]$$

dove $R_0$ è la resistenza alla temperatura di riferimento $T_0 = 20\,\text{C}$ e $\alpha$ è il *coefficiente di temperatura* del materiale (unità: $\text{K}^{-1}$). Per il rame $\alpha \approx 3{,}9 \times 10^{-3}\,\text{K}^{-1}$: un aumento di $100\,\text{C}$ porta la resistenza a circa $1{,}4\,R_0$.

Nei metalli $\alpha > 0$: l'agitazione termica più intensa ostacola il moto ordinato degli elettroni. Nei semiconduttori $\alpha < 0$: l'aumento di temperatura libera più portatori, e la resistenza *cala*.

## 1.7 Cortocircuito e circuito aperto

Sono due casi limite importanti.

**Cortocircuito**: un collegamento con resistenza $R = 0$ (o praticamente nulla). Per la legge di Ohm, $V = R \cdot I = 0$: la tensione ai capi di un cortocircuito è zero, qualunque sia la corrente. In pratica è un filo ideale. Se un cortocircuito si verifica accidentalmente ai capi di un generatore, la corrente può diventare molto grande ($I = V/R$ con $R \to 0$), con rischio di danni o incendi.

**Circuito aperto**: un'interruzione nel circuito, equivalente a $R = \infty$. La corrente è zero ($I = V/R$ con $R \to \infty$), ma la tensione può essere diversa da zero.




cortocircuito circuito aperto

# Capitolo 2

# Le leggi di Kirchhoff

Le leggi di Kirchhoff sono i due pilastri su cui si fonda tutta l'analisi dei circuiti: esse discendono direttamente dai principi di conservazione della fisica, come conservazione della carica e conservazione dell'energia.

## 2.1 Circuiti e topologia

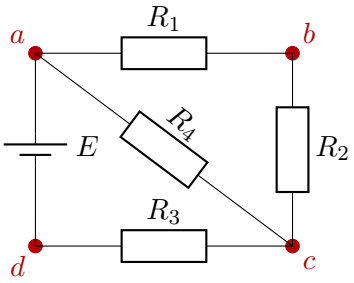
Prima di enunciare le leggi, servono alcune definizioni.

Un **circuito elettrico** è un insieme di componenti (resistori, generatori, ...) collegati tra loro da fili conduttori, in modo da formare almeno un percorso chiuso in cui possa circolare corrente. I componenti sono collegati attraverso i loro **terminali** (o morsetti).

**Ramo:** un singolo componente con i due tratti di filo che lo collegano ai nodi adiacenti. In un ramo scorre una sola corrente.

**Nodo:** un punto in cui convergono due o più rami. (Se si incontrano solo due rami, non è un "vero" nodo dal punto di vista topologico, ma è semplicemente un punto di passaggio.)

**Maglia:** un percorso chiuso all'interno del circuito che non contiene altri percorsi chiusi al suo interno. Pensate a una maglia come a una "finestra" del circuito.




In questo circuito: ci sono 4 nodi $(a, b, c, d)$, 5 rami (uno per ogni componente) e 2 maglie. Vale sempre la relazione:

$$m = r - n + 1$$

dove $m$ è il numero di maglie, $r$ il numero di rami e $n$ il numero di nodi. Nel nostro caso: $m = 5 - 4 + 1 = 2$. ✓

## 2.2 Legge di Kirchhoff delle correnti (LKC)

### 2.2.1 L'idea fisica

Consideriamo un nodo del circuito. Le correnti arrivano al nodo attraverso alcuni rami e se ne vanno attraverso altri. Ora, il nodo è un semplice punto di congiunzione di fili: *non può accumulare carica*. Se entrasse più carica di quanta ne esce, il nodo accumulerebbe carica nel tempo, e il suo potenziale crescerebbe all'infinito. Questo non succede, perché la carica si conserva.

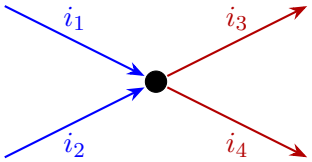
Quindi, in ogni istante, tutta la carica che arriva a un nodo deve anche andarsene.

*Da un punto di vista profondo, la LKC è la versione "concentrata" della conservazione della carica elettrica, che a sua volta discende dalle equazioni di Maxwell (Capitolo 0).*

**Legge di Kirchhoff delle correnti (LKC)**

La somma algebrica delle correnti che entrano in un nodo è uguale alla somma delle correnti che escono.
Equivalentemente: assegnando segno $+$ alle correnti entranti e segno $-$ a quelle uscenti (o viceversa, purché si sia consistenti), la somma di tutte le correnti in un nodo è zero:

$$\sum_k i_k = 0$$




$$i_1 + i_2 - i_3 - i_4 = 0$$

**Applicazione della LKC**

In un nodo entrano correnti di 3 A e 1 A, e ne esce una corrente di 6 A. Quanto vale la quarta corrente, e in che verso scorre?
La LKC dice: $3 + 1 - 6 + i_4 = 0$, da cui $i_4 = 2\,\text{A}$ (verso uscente).
Se avessimo ottenuto un valore negativo, avrebbe significato che il verso effettivo è opposto a quello ipotizzato.

## 2.3 Legge di Kirchhoff delle tensioni (LKT)

*La LKT è ciò che resta della terza equazione di Maxwell ($\nabla \times \vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$) quando i campi magnetici nella maglia variano poco, cioè in regime quasi-stazionario, che è il caso di tutti i circuiti DC e a bassa frequenza che studieremo (Capitolo 0).*

### 2.3.1 L'idea fisica

Immaginiamo di prendere una carica e di farle compiere un giro completo lungo una maglia del circuito, tornando al punto di partenza. Lungo il percorso, la carica attraverserà diversi componenti: su alcuni perderà energia (resistori), su altri ne guadagnerà (generatori). Ma alla fine, tornando al punto iniziale, la sua energia potenziale deve essere la stessa di quando è partita, perché il potenziale in un punto è unico.

Quindi, la somma di tutte le variazioni di energia (cioè di tutte le tensioni) lungo un percorso chiuso deve essere zero. Questo è il contenuto fisico della LKT, e discende dal fatto che il campo elettrico è conservativo.

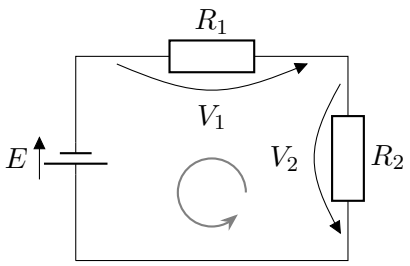
**Legge di Kirchhoff delle tensioni (LKT)**

La somma algebrica delle tensioni lungo qualsiasi percorso chiuso (maglia) è zero:

$$\sum_k v_k = 0$$

Per applicare la LKT:

1. Si sceglie un verso di percorrenza della maglia (orario o antiorario, non importa quale).
2. Si sommano le tensioni: se la percorrenza va dal + al − di un componente, la tensione si prende con segno positivo; se va dal − al +, con segno negativo.




Percorrendo in senso orario: $-E + V_1 + V_2 = 0$, cioè $E = V_1 + V_2$. La tensione del generatore si "distribuisce" tra le resistenze.

**Applicazione della LKT**

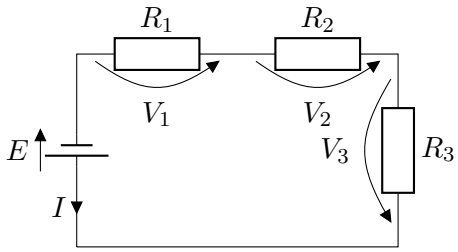
In un circuito con un generatore da 12 V e tre resistori in serie, le tensioni ai capi dei primi due resistori sono 3 V e 5 V. Quanto vale la tensione sul terzo?
LKT: $12 - 3 - 5 - V_3 = 0$, da cui $V_3 = 4\,\text{V}$.

# Capitolo 3

# Circuiti in corrente continua

## 3.1 Elementi in serie

Due o più componenti sono in **serie** quando sono attraversati dalla stessa corrente, cioè quando sono collegati uno dopo l'altro senza ramificazioni.




In questo circuito, la stessa corrente $I$ attraversa $R_1$, $R_2$ e $R_3$. Per la LKT:

$$E = V_1 + V_2 + V_3 = R_1 I + R_2 I + R_3 I = (R_1 + R_2 + R_3)\, I$$

Possiamo quindi sostituire i tre resistori con un unico **resistore equivalente**:

$$\boxed{R_{\text{eq}} = R_1 + R_2 + R_3 + \cdots}$$

**Resistenze in serie**

La resistenza equivalente di resistori in serie è la somma delle singole resistenze. È sempre maggiore della resistenza più grande.

### 3.1.1 Il partitore di tensione

In un circuito serie, la tensione del generatore si divide tra le resistenze in proporzione al loro valore. La tensione ai capi di $R_k$ è:

$$\boxed{V_k = E \cdot \frac{R_k}{R_1 + R_2 + \cdots + R_n}}$$

Il resistore più grande "si prende" la fetta più grande di tensione.

**Partitore di tensione**

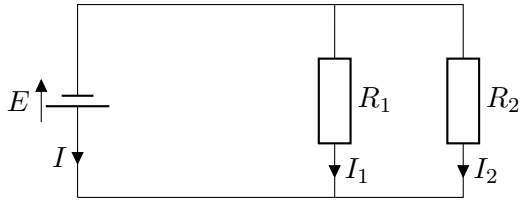
Due resistori $R_1 = 1\,\text{k}\Omega$ e $R_2 = 3\,\text{k}\Omega$ sono collegati in serie a un generatore $E = 12\,\text{V}$.

$$V_1 = 12 \cdot \frac{1}{1+3} = 3\,\text{V} \qquad V_2 = 12 \cdot \frac{3}{1+3} = 9\,\text{V}$$

Verifica: $V_1 + V_2 = 3 + 9 = 12\,\text{V} = E$. ✓

## 3.2 Elementi in parallelo

Due o più componenti sono in **parallelo** quando hanno la stessa tensione ai loro capi, cioè quando sono collegati tra gli stessi due nodi.




Entrambi i resistori hanno ai capi la stessa tensione $E$. Per la LKC al nodo superiore:

$$I = I_1 + I_2 = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2} = E\left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\right)$$

La resistenza equivalente soddisfa $I = E/R_{\text{eq}}$, quindi:

$$\boxed{\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \cdots}$$

**Resistenze in parallelo**

Il reciproco della resistenza equivalente di resistori in parallelo è la somma dei reciproci. La resistenza equivalente è sempre minore della più piccola delle resistenze.

Per il caso particolare di **due** resistori in parallelo, c'è una formula diretta molto comoda:

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 \cdot R_2}{R_1 + R_2} \qquad \text{(“prodotto fratto somma”)}$$

Per $n$ resistori tutti uguali a $R$: $R_{\text{eq}} = R/n$.

### 3.2.1 Il partitore di corrente

In un parallelo, la corrente totale si divide tra i rami in modo inversamente proporzionale alla resistenza. Per due resistori:

$$\boxed{I_1 = I \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2}} \qquad \boxed{I_2 = I \cdot \frac{R_1}{R_1 + R_2}}$$

Attenzione: nella formula del partitore di corrente compare la resistenza dell'*altro* ramo al numeratore (al contrario del partitore di tensione). Il ramo con resistenza minore “attira” più corrente.

**Partitore di corrente**

Due resistori $R_1 = 2\,\text{k}\Omega$ e $R_2 = 6\,\text{k}\Omega$ sono in parallelo, e la corrente totale è $I = 8\,\text{mA}$.

$$I_1 = 8 \cdot \frac{6}{2+6} = 6\,\text{mA} \qquad I_2 = 8 \cdot \frac{2}{2+6} = 2\,\text{mA}$$

Il ramo con resistenza minore ($R_1$) porta più corrente. Verifica: $6 + 2 = 8\,\text{mA}$. ✓

## 3.3 Il principio di sovrapposizione

### 3.3.1 Perché funziona: la linearità

Tutte le equazioni che usiamo per analizzare un circuito resistivo sono **lineari**: la legge di Ohm ($V = RI$), la KVL (somma di tensioni uguale a zero) e la KCL (somma di correnti uguale a zero) contengono solo somme e moltiplicazioni per costanti — nessun quadrato, nessun prodotto tra incognite.

Questo ha una conseguenza importante. Consideriamo un circuito con un numero $n$ generatori di tensione e un numero $m$ generatori di corrente. Le equazioni che descrivono il circuito hanno la forma generica:

$$x = \sum_{i}^{n} H_i V_i + \sum_{j}^{m} K_j I_j$$

dove $x$ è una qualsiasi tensione o corrente del circuito e $H_i$, $K_j$ sono costanti che dipendono solo dalla topologia e dai valori delle resistenze. Il risultato è una somma: ogni contributo di $E_1$ partecipa come gli altri contributi non esistessero, sono l'uno indipendente dall'altro.

**Principio di sovrapposizione**

In un circuito lineare con più generatori indipendenti, qualsiasi tensione o corrente può essere calcolata come somma dei contributi di ciascun generatore preso singolarmente, mentre tutti gli altri generatori sono **spenti**:

- un generatore di tensione spento diventa un **cortocircuito** (filo ideale: $E = 0 \Rightarrow V = 0$);
- un generatore di corrente spento diventa un **circuito aperto** ($I = 0$, il ramo viene interrotto).

### 3.3.2 Procedura

Dato un circuito con $n$ generatori indipendenti:

1. Si considera un generatore alla volta, spegnendo tutti gli altri.
2. Per ciascun sottocircuito si calcola il contributo $x^{(k)}$ alla grandezza cercata con i metodi già noti (KVL, KCL, partitori).
3. La grandezza reale è la somma algebrica di tutti i contributi: $x = x^{(1)} + x^{(2)} + \cdots + x^{(n)}$.

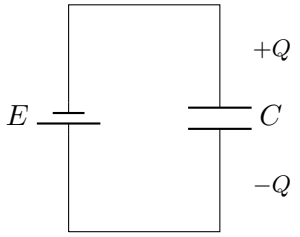
# Capitolo 4

# Il condensatore e i transitori RC

Fino ad ora abbiamo studiato circuiti in cui tutto succede "istantaneamente": si chiude un interruttore e la corrente assume subito il suo valore di regime, dato dalla legge di Ohm. Questa descrizione funziona bene finché ci sono solo resistori e generatori. Con il **condensatore** entra in scena un componente nuovo, che ha la capacità di *accumulare energia* e che introduce per la prima volta un'evoluzione temporale del circuito. È il nostro primo incontro con la dinamica.

## 4.1 Cos'è un condensatore

Un condensatore è, nella sua forma più semplice, costituito da due piastre conduttrici (**armature**) separate da un materiale isolante (**dielettrico**). Quando colleghiamo le due armature ai morsetti di un generatore, le cariche non possono attraversare l'isolante: si *accumulano* sulle piastre. Su un'armatura si raccoglie carica positiva $+Q$, sull'altra una carica uguale e opposta $-Q$.




**Nessuna carica attraversa il dielettrico.** Questo è il punto chiave da cui derivano tutte le proprietà del condensatore. Quello che accade nei fili esterni *sembra* corrente che "passa attraverso" il condensatore, ma in realtà sono elettroni che si accumulano da una parte e vengono prelevati dall'altra.

**Corrente di conduzione e corrente di spostamento**

Questa osservazione richiede un breve sguardo al Capitolo 0, ed è uno dei punti in cui le equazioni di Maxwell "parlano" direttamente al circuito.
Nei fili esterni che collegano il condensatore al generatore scorre corrente nel senso ordinario del termine: ci sono elettroni che si muovono fisicamente, e questa quantità si chiama **corrente di conduzione**. È quella descritta da $\vec{J}$ nelle equazioni di Maxwell. Nel dielettrico tra le piastre, invece, nessun elettrone si muove — l'isolante è proprio ciò che lo impedisce. Sembrerebbe quindi che il circuito sia "aperto" tra le due armature. Ma allora perché tutto funziona come se la corrente passasse comunque? Perché c'è qualcosa in più. Mentre la carica si accumula sulle piastre, il campo elettrico $\vec{E}$ tra le due armature *cresce nel tempo*. La quarta equazione di Maxwell ci dice che il termine

$$\vec{J}_d = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

si comporta a tutti gli effetti magnetici come una corrente vera — pur non essendoci nessun elettrone in moto. Maxwell la chiamò **corrente di spostamento**, ed è esattamente ciò che "chiude" il circuito attraverso il dielettrico nel senso della teoria elettromagnetica.

Si può fare una verifica numerica molto semplice. Per un condensatore piano di area $A$, la densità di carica sulle piastre è $\sigma = Q/A$ e il campo all'interno è $E = \sigma/\varepsilon_0$. Quindi:

$$J_d = \varepsilon_0 \frac{\partial E}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{1}{\varepsilon_0} \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \frac{1}{A} \frac{dQ}{dt} = \frac{i}{A}$$

La densità di corrente di spostamento nel dielettrico è esattamente uguale alla densità di corrente di conduzione nei fili esterni. La "corrente" si conserva attraverso il condensatore, ma non come trasporto di carica: come variazione di flusso elettrico.
Questa è anche la ragione profonda per cui il condensatore, in regime DC stazionario, blocca la corrente. A regime $\partial\vec{E}/\partial t = 0$, quindi $\vec{J}_d = 0$, quindi nessuna corrente di alcun tipo — né di conduzione né di spostamento. Il condensatore diventa un circuito aperto in ogni senso. Tutto questo è una conseguenza diretta della quarta equazione di Maxwell che avete visto nel Capitolo 0.

### 4.1.1 Capacità

La carica accumulata è proporzionale alla tensione applicata:

$$\boxed{Q = C \cdot V}$$

La costante di proporzionalità $C$ si chiama **capacità** del condensatore e si misura in **farad** (F): un farad è un coulomb per volt. Il farad è un'unità enorme: i condensatori reali hanno capacità che vanno dai picofarad (pF) ai millifarad (mF).

La capacità dipende solo dalla geometria e dal materiale. Per un condensatore piano con armature di area $S$ e distanza $d$:

$$C = \varepsilon_0 \, \varepsilon_r \, \frac{S}{d}$$

dove $\varepsilon_0 = 8{,}86 \times 10^{-12}\,\mathrm{F/m}$ è la costante dielettrica del vuoto e $\varepsilon_r$ è la **costante dielettrica relativa** del materiale isolante (è 1 per il vuoto e l'aria, 2–8 per le plastiche comuni, fino a centinaia per ceramiche speciali).

Intuitivamente: piastre più grandi accumulano più carica (più "spazio" per gli elettroni), piastre più vicine accumulano più carica (l'attrazione tra le cariche opposte sulle due armature è più forte), e un dielettrico migliore aumenta ulteriormente la capacità.

### 4.1.2 Rigidità dielettrica

Ogni isolante ha un limite: se la tensione ai capi del condensatore è troppo alta, il campo elettrico nel dielettrico diventa così intenso da strappare gli elettroni agli atomi e l'isolante si *buca*, conducendo bruscamente. Questo fenomeno è la **rottura dielettrica**, e la massima tensione sopportabile prima della rottura si chiama **rigidità dielettrica**, misurata in kV/mm. È per questo che ogni condensatore reale ha una tensione massima di lavoro stampata sul corpo, superarla significa distruggerlo.

### 4.1.3 Condensatori in parallelo e in serie

**In parallelo**, due condensatori hanno la stessa tensione $V$ ai loro capi e accumulano cariche $Q_1 = C_1 V$ e $Q_2 = C_2 V$. La carica totale è $Q = Q_1 + Q_2 = (C_1 + C_2)V$, quindi:

$$\boxed{C_{\text{eq}}^{\parallel} = C_1 + C_2 + \cdots}$$

Il parallelo di condensatori è equivalente a un unico condensatore con capacità maggiore. Si comporta come la *serie* di resistori — attenzione all'inversione.

**In serie**, sulle armature si induce per influenza la stessa carica $Q$ su tutti, mentre le tensioni si sommano: $V = Q/C_1 + Q/C_2$, da cui:

$$\boxed{\frac{1}{C_{\text{eq}}^{\text{serie}}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \cdots}$$

Esattamente come il *parallelo* di resistori. Le regole del condensatore sono lo specchio di quelle del resistore.

## 4.2 La relazione fondamentale: $i = C\,dv/dt$

Adesso il punto chiave. Cosa succede se la tensione ai capi del condensatore varia nel tempo? Differenziando $Q = CV$:

$$\frac{dQ}{dt} = C\,\frac{dv}{dt}$$

Ma $dQ/dt$ è proprio la corrente che "arriva" al condensatore (cioè la corrente nei fili esterni). Quindi:

$$\boxed{i(t) = C\,\frac{dv}{dt}}$$

Questa è la legge costitutiva del condensatore, ed è completamente diversa dalla legge di Ohm di un resistore. Da essa si leggono *tutte* le proprietà che vedremo:

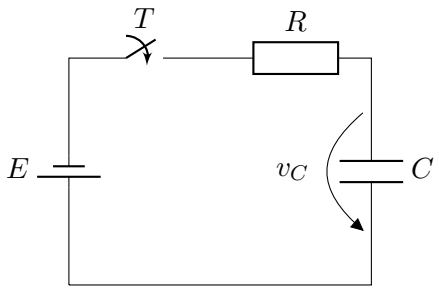
**Conseguenze immediate di $i = C\,dv/dt$**

- Se la tensione è **costante** ($dv/dt = 0$), la corrente è zero. *In regime DC stazionario il condensatore si comporta come un circuito aperto.*
- La tensione **non può variare istantaneamente**: un salto richiederebbe $dv/dt$ infinito, e quindi corrente infinita, che è fisicamente impossibile.
- Più rapida è la variazione di tensione, più grande è la corrente. *Il condensatore lascia passare meglio i segnali che variano velocemente.*

La seconda proprietà è quella che rende il condensatore un componente "con memoria": la sua tensione in un certo istante dipende da tutta la storia precedente di carica e scarica.

## 4.3 Il transitorio di carica

Consideriamo il circuito più semplice possibile: un generatore costante $E$, un resistore $R$, un condensatore $C$ inizialmente scarico. Al tempo $t = 0$ chiudiamo l'interruttore.




### 4.3.1 Cosa ci aspettiamo, prima dei calcoli

Ragioniamo fisicamente, prima di scrivere equazioni. Subito dopo la chiusura dell'interruttore ($t = 0^+$), il condensatore è ancora scarico, quindi $v_C(0^+) = 0$. Per la KVL su questo circuito

$E = R\,i + v_C$, e con $v_C = 0$ otteniamo:

$$i(0^+) = \frac{E}{R}$$

Questa è la corrente **massima**, non zero. Il condensatore scarico, in quell'istante, si comporta come un cortocircuito — non perché gli elettroni attraversino l'isolante, ma perché *la tensione ai suoi capi è zero*, esattamente come un filo. Dal punto di vista della KVL, in quell'istante è invisibile.

Man mano che la corrente carica il condensatore, $v_C$ cresce e "si oppone" al generatore. La differenza $E - v_C$ che spinge la corrente diminuisce, e quindi la corrente cala. Quando $v_C$ raggiunge $E$, la differenza è zero, la corrente è zero, e tutto si ferma. Il condensatore è completamente carico e si comporta da circuito aperto.

**Stato iniziale e stato finale del condensatore**

A $t = 0^+$ il condensatore scarico si comporta come un **cortocircuito** (tensione nulla, corrente massima nel circuito).
A $t \to \infty$, in regime DC, il condensatore carico si comporta come un **circuito aperto** (corrente nulla, tensione pari a quella che il resto del circuito gli "offre").

### 4.3.2 L'equazione differenziale e la sua soluzione

Scriviamo la KVL nella maglia con i valori istantanei e usiamo $i = C\,dv_C/dt$:

$$E = R\,i + v_C = R\,C\,\frac{dv_C}{dt} + v_C$$

È un'equazione differenziale lineare del primo ordine. Non serve risolverla con metodi formali: sappiamo che la soluzione di un'equazione di questa forma è un'esponenziale che parte dal valore iniziale e tende al valore finale. Imponiamo le due condizioni:

- valore iniziale: $v_C(0) = 0$;
- valore finale: $v_C(\infty) = E$ (lo abbiamo già determinato fisicamente).

La soluzione è:

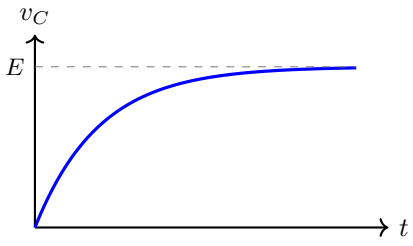
$$\boxed{v_C(t) = E\left(1 - e^{-t/\tau}\right)} \qquad \text{con} \qquad \boxed{\tau = R\,C}$$

La grandezza $\tau$ ha le dimensioni di un tempo e si chiama **costante di tempo** del circuito. È il parametro che governa quanto velocemente il condensatore si carica. Verifica dimensionale: $[\Omega][\mathrm{F}] = [\mathrm{V/A}][\mathrm{C/V}] = [\mathrm{C/A}] = [\mathrm{s}]$. ✓

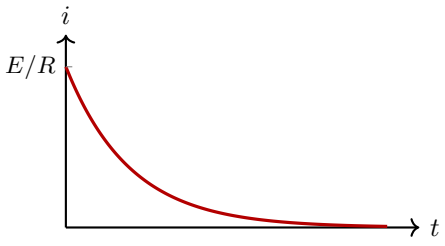
La corrente si ottiene da $i = (E - v_C)/R$:

$$\boxed{i(t) = \frac{E}{R}\,e^{-t/\tau}}$$

Parte dal massimo $E/R$ e decade esponenzialmente verso zero.




Tensione $v_C(t)$




Corrente $i(t)$

### 4.3.3 Il significato di $\tau$

La costante di tempo è il modo concreto di quantificare "quanto è veloce" il transitorio. Sostituendo nella formula:

| Tempo | $v_C/E$ | Significato |
|---|---|---|
| $0{,}1\,\tau$ | $\approx 10\%$ | il transitorio è appena cominciato |
| $0{,}7\,\tau$ | $\approx 50\%$ | metà strada |
| $1\,\tau$ | $\approx 63\%$ | "regola del 63%" |
| $2\,\tau$ | $\approx 86\%$ | |
| $3\,\tau$ | $\approx 95\%$ | |
| $5\,\tau$ | $> 99\%$ | si considera il transitorio *esaurito* |

**Regola dei $5\tau$**

Dopo un tempo pari a circa $5\,\tau$, il condensatore è carico al 99% e si considera, a tutti gli effetti pratici, in regime stazionario. Questa è la regola di pollice usata in tutta l'elettronica per dimensionare tempi di carica e scarica.

**Calcolo di un tempo di carica**

$R = 10\,\text{k}\Omega$, $C = 100\,\mu\text{F}$. La costante di tempo è $\tau = RC = 10^4 \times 10^{-4} = 1\,\text{s}$. Il condensatore raggiunge il 63% di $E$ in 1 s, e si considera completamente carico dopo circa 5 s.

## 4.4 Il transitorio di scarica

Adesso supponiamo che il condensatore sia carico a $v_C(0) = E$ e che venga collegato a un resistore $R_s$ *senza generatore*.

La KVL diventa $v_C + R_s\, i = 0$, e la corrente di scarica scorre nel verso opposto a quella di carica. Con $i = C\, dv_C/dt$, l'equazione è $R_s C\, dv_C/dt + v_C = 0$, valore iniziale $E$, valore finale 0. La soluzione è:

$$\boxed{v_C(t) = E\, e^{-t/\tau_s}} \qquad \boxed{i(t) = -\frac{E}{R_s}\, e^{-t/\tau_s}} \qquad \tau_s = R_s\, C$$

La tensione decade esponenzialmente da $E$ a zero, con la stessa forma del transitorio di carica ma "rovesciata". Il segno meno della corrente segnala solo che adesso scorre in verso opposto: le cariche escono dal condensatore.

### 4.4.1 Energia immagazzinata nel condensatore

Il condensatore non dissipa energia: la accumula nel campo elettrico tra le armature e la restituisce quando si scarica. Quanto vale questa energia?

Ragionamento per estremi. All'inizio della carica la tensione è zero e non serve alcuna spinta per depositare le prime cariche. Alla fine la tensione vale $V$ e ogni carica aggiuntiva richiederebbe uno sforzo pari a $V$. In media, durante tutta la carica, la "fatica" è stata la metà: $V/2$. L'energia immagazzinata è quindi:

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\, C\, V^2}$$

Durante la scarica su $R_s$, questa stessa quantità viene interamente convertita in calore sul resistore — il condensatore non ne trattiene nulla.

Nel prossimo capitolo vedremo che l'induttore ha una formula speculare:

$$W_C = \frac{1}{2} C V^2 \qquad \longleftrightarrow \qquad W_L = \frac{1}{2} L I^2$$

Uno accumula energia nel campo **elettrico** (proporzionale a $V^2$), l'altro nel campo **magnetico** (proporzionale a $I^2$).

## 4.5 Carica con un generatore di corrente costante

C'è un'altra modalità di carica che merita attenzione, perché viene usata in molti circuiti pratici (timer di precisione, generatori di rampa). Invece di un generatore di tensione con un resistore, si usa un **generatore di corrente costante** $I$ che pompa una corrente fissa nel condensatore.

Dalla relazione $i = C\, dv_C/dt$, con $i$ costante, segue:

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{I}{C} = \text{costante} \quad \Longrightarrow \quad \boxed{v_C(t) = \frac{I}{C}\, t}$$

La tensione cresce **linearmente** nel tempo, con pendenza $I/C$. Non c'è più un transitorio esponenziale: è una rampa perfetta.

**Generatore di rampa**

$I = 10\,\text{mA}$, $C = 1\,\mu\text{F}$. La pendenza è $dv_C/dt = I/C = 10^{-2}/10^{-6} = 10^4\,\text{V/s}$. Per raggiungere 5 V servono 0,5 ms. Cambiando $I$ si cambia la velocità della rampa — è esattamente il principio dei circuiti generatori di onde triangolari.

Se invece la corrente è **impulsiva** (impulsi rettangolari periodici), durante ogni impulso la tensione sale a gradini: ogni impulso aggiunge una quantità di carica $\Delta Q = I \cdot \Delta t$, che fa salire la tensione di $\Delta V = \Delta Q/C$. Tra un impulso e l'altro la tensione resta costante (il condensatore non ha dove scaricarsi). Il risultato è una scala di gradini sempre più alta.

## 4.6 La formula generale: condizione iniziale non nulla

Nei transitori che abbiamo studiato finora il condensatore partiva sempre scarico. In generale, il condensatore può avere una tensione iniziale $v_C(0) \neq 0$, ad esempio perché era già stato caricato in precedenza. La soluzione dell'equazione differenziale in questo caso più generale è:

$$\boxed{v_C(t) = \big[v_C(0) - v_C(\infty)\big]\, e^{-t/\tau} + v_C(\infty)}$$

dove $v_C(0)$ è la tensione iniziale, $v_C(\infty)$ è il valore finale (quello che il condensatore raggiungerebbe aspettando abbastanza a lungo) e $\tau = RC$ è la costante di tempo del circuito.

Questa formula contiene come casi particolari tutto quello che abbiamo già visto:

- se $v_C(0) = 0$: si ottiene $v_C(t) = v_C(\infty)(1 - e^{-t/\tau})$ (carica da zero);
- se $v_C(\infty) = 0$: si ottiene $v_C(t) = v_C(0)\, e^{-t/\tau}$ (scarica verso zero).

**Come trovare i tre ingredienti**

Per applicare la formula generale servono tre cose soltanto:

1. **Valore iniziale** $v_C(0)$: la tensione sul condensatore nell'istante in cui avviene la variazione (interruttore che si apre o si chiude). Ricorda: la tensione sul condensatore non

può saltare.
2. **Valore finale** $v_C(\infty)$: si ricava sostituendo il condensatore con un **circuito aperto** (a regime DC non scorre corrente) e calcolando la tensione ai suoi capi con i metodi ordinari.
3. **Costante di tempo** $\tau = R_{eq}\,C$: dove $R_{eq}$ è la resistenza equivalente vista dai morsetti del condensatore con tutti i generatori indipendenti spenti.

## 4.7 Applicazioni pratiche

Il condensatore è uno dei componenti più versatili dell'elettronica, presente in quasi ogni circuito con funzioni molto diverse tra loro.

Nei **filtri**: un condensatore lascia passare facilmente i segnali che variano velocemente (alta frequenza) e blocca quelli costanti o lenti. Questa proprietà, complementare a quella dell'induttore, è alla base di tutti i circuiti di separazione tra segnale AC e componente DC — ad esempio nei preamplificatori audio, dove si vuole trasmettere il segnale sonoro eliminando la tensione di polarizzazione.

Nei **circuiti di temporizzazione**: combinato con una resistenza, il condensatore definisce tempi precisi attraverso la costante $\tau = RC$. Lampeggiatori, timer, generatori di onde quadre: tutti sfruttano il fatto che il condensatore si carica e si scarica in modo prevedibile e ripetibile.

Come **serbatoio di energia**: negli alimentatori, un grande condensatore elettrolitico si carica durante i picchi della tensione raddrizzata e cede energia nei momenti di calo, livellando la tensione di uscita. È il motivo per cui, aprendo un alimentatore, si trovano sempre uno o più condensatori cilindrici di grandi dimensioni.

Nelle **memorie**: la cella elementare di una memoria RAM dinamica (DRAM) è un singolo condensatore microscopico: carico rappresenta un 1, scarico rappresenta uno 0. Poiché si scarica spontaneamente in pochi millisecondi, deve essere riletto e riscritto continuamente — da qui il nome "dinamica". </thinking>

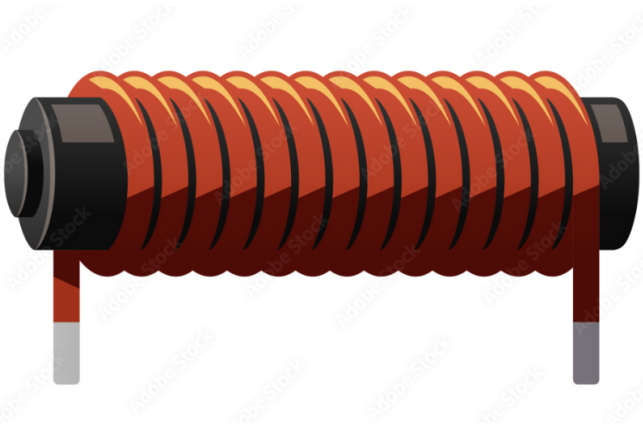
# Capitolo 5

# L'induttore e i transitori RL

Se il condensatore accumula energia nel **campo elettrico**, l'induttore accumula energia nel **campo magnetico**. I due componenti sono, in un senso molto preciso, lo specchio l'uno dell'altro: ogni proprietà del condensatore ha una corrispondente proprietà dell'induttore, con tensione e corrente scambiate di ruolo. Una volta capito il condensatore, l'induttore richiede pochissimo sforzo aggiuntivo — serve principalmente riconoscere questa dualità e non combatterla.

## 5.1 Cos'è un induttore

Un induttore, nella sua forma più semplice, è un filo conduttore avvolto a spirale: una **bobina**. Quando una corrente scorre in una bobina, genera attorno a sé un campo magnetico $\vec{B}$. Questo è esattamente ciò che dice la quarta equazione di Maxwell: una corrente $\vec{J}$ produce un campo magnetico che le si arrotola attorno.



Il fenomeno cruciale è quello che abbiamo già incontrato nel Capitolo 0: la terza equazione di Maxwell dice che un campo magnetico che *varia nel tempo* genera un campo elettrico che si oppone alla variazione. Quando la corrente nella bobina cambia, il campo magnetico cambia, e questo campo magnetico variabile induce una tensione ai capi della bobina stessa che si oppone alla variazione di corrente. La bobina, in un certo senso, "ricorda" la corrente che sta scorrendo e resiste a qualunque tentativo di cambiarla bruscamente. Questa proprietà prende il nome di **autoinduzione**.

**Radici nelle equazioni di Maxwell**

La tensione indotta dall'induttore è una conseguenza diretta della terza equazione di Maxwell:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

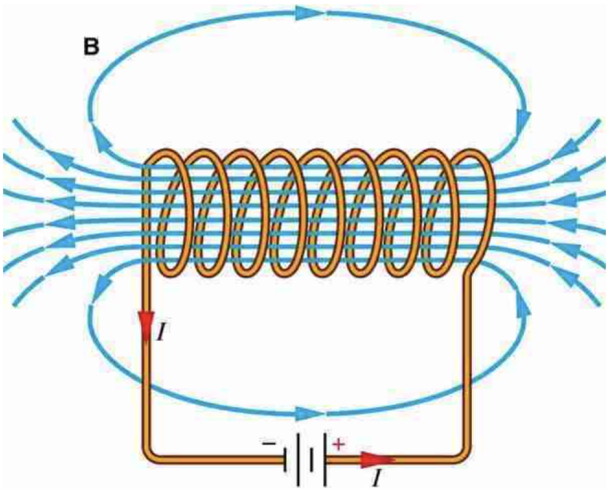
Quando la corrente nella bobina varia, varia il flusso di $\vec{B}$ attraverso le spire. Questo flusso variabile genera un campo elettrico circolante, che si manifesta come una differenza di poten-

ziale ai morsetti. Il segno $-$ è la legge di Lenz: la tensione indotta ha sempre un verso tale da *opporsi* alla variazione di corrente che l'ha causata.
A differenza del condensatore, dove la connessione con Maxwell era nella corrente di spostamento (quarta equazione), qui la connessione è nella legge di Faraday-Lenz (terza equazione). I due componenti sono letteralmente la manifestazione circuitale di due equazioni di Maxwell diverse.

## 5.2 Induttanza e flusso

Il campo magnetico generato da una bobina è proporzionale alla corrente che vi scorre. Di conseguenza, anche il **flusso** di $\vec{B}$ attraverso le spire — cioè quante linee di campo le attraversano — è proporzionale alla corrente:

$$\Phi = L \cdot i$$




La costante di proporzionalità $L$ si chiama **induttanza** e si misura in **henry** (H). Un henry è un volt·secondo per ampere: un'unità piuttosto grande, quindi i valori tipici vanno dai microhenry ($\mu$H) ai millihenry (mH), con l'henry usato nelle bobine di potenza.

L'induttanza dipende solo dalla geometria della bobina (così come la capacità di un condensatore): numero di spire $N$, sezione $S$, lunghezza $\ell$ e materiale del nucleo. Per una bobina toroidale con nucleo di permeabilità $\mu = \mu_0 \mu_r$:

$$L = \frac{\mu N^2 S}{\ell}$$

Intuitivamente: più spire, più flusso per unità di corrente; un nucleo ferromagnetico ($\mu_r \gg 1$) amplifica enormemente il campo e quindi l'induttanza.

**Analogia con il condensatore**

Nel condensatore la quantità accumulata è la carica $Q = CV$, proporzionale alla tensione. Nell'induttore la quantità accumulata è il flusso $\Phi = Li$, proporzionale alla corrente. Il ruolo di $V$ e $I$ è scambiato: è questa la dualità fondamentale tra i due componenti.

## 5.3 La relazione fondamentale: $v = L\, di/dt$

La legge di Faraday dice che la tensione indotta è la derivata del flusso rispetto al tempo. Usando $\Phi = Li$:

$$v(t) = \frac{d\Phi}{dt} = L \frac{di}{dt}$$

$$\boxed{v(t) = L\,\frac{di}{dt}}$$

Confrontate questa con la legge del condensatore $i = C\,dv/dt$: sono identiche a meno di aver scambiato $v \leftrightarrow i$ e $L \leftrightarrow C$. Tutte le conseguenze che ne seguono sono lo specchio di quelle del condensatore.

**Conseguenze immediate di $v = L\,di/dt$**

- Se la corrente è **costante** ($di/dt = 0$), la tensione è zero. *In regime DC stazionario l'induttore si comporta come un cortocircuito* (un filo ideale).
- La corrente **non può variare istantaneamente**: un salto richiederebbe $di/dt$ infinito e quindi tensione infinita, fisicamente impossibile.
- Più rapida è la variazione di corrente, più grande è la tensione. *L'induttore si oppone con forza alle variazioni veloci* — a frequenze elevate si comporta come una grande resistenza.

La seconda proprietà è l'analogo esatto della continuità della tensione nel condensatore: qui è la *corrente* a non poter saltare, perché è essa a essere la variabile di stato del componente.

### Energia immagazzinata

Così come il condensatore immagazzina energia nel campo elettrico tra le piastre ($W = \frac{1}{2}CV^2$), l'induttore immagazzina energia nel campo magnetico all'interno della bobina. Il calcolo è duale:

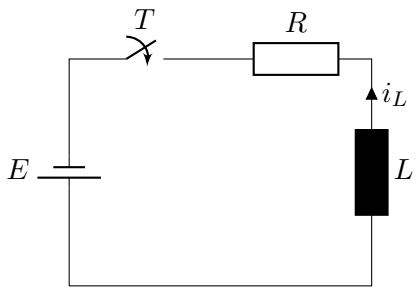
$$W = \int_0^i L\,i'\,di' = \frac{1}{2}\,L\,i^2$$

$$\boxed{W = \frac{1}{2}\,L\,I^2}$$

Quest'energia non viene dissipata: viene restituita al circuito quando la corrente cala. È per questo che la bobina, come il condensatore, è un componente **reattivo**: in un ciclo completo non consuma energia netta.

## 5.4 Il transitorio di carica: il circuito RL

Consideriamo il circuito più semplice con un induttore: un generatore costante $E$, un resistore $R$ e un induttore $L$, inizialmente privo di corrente. Al tempo $t = 0$ chiudiamo l'interruttore.




### 5.4.1 Cosa ci aspettiamo, prima dei calcoli

Ragioniamo fisicamente, prima di scrivere equazioni. Subito dopo la chiusura ($t = 0^+$), la corrente nell'induttore è ancora zero: $i_L(0^+) = 0$. Per la KVL: $E = R\,i + v_L$, e con $i = 0$

otteniamo che tutta la tensione cade sull'induttore:

$$v_L(0^+) = E$$

In quell'istante l'induttore, con corrente zero, si comporta come un **circuito aperto**: non lascia passare corrente, ma sostiene l'intera tensione del generatore. È esattamente il duale del condensatore scarico, che a $t = 0^+$ si comporta da cortocircuito.

Man mano che il tempo passa, la corrente cresce. Il resistore prende una fetta sempre maggiore della tensione disponibile ($V_R = Ri$ cresce), quella rimasta all'induttore cala, e di conseguenza $di/dt$ rallenta. A regime, la corrente si stabilizza a $I_\infty = E/R$: $di/dt = 0$, la tensione sull'induttore è zero, e l'induttore si comporta da filo.

**Stato iniziale e stato finale dell'induttore**

A $t = 0^+$ l'induttore senza corrente si comporta come un **circuito aperto** (corrente nulla, tensione massima ai capi).
A $t \to \infty$, in regime DC, l'induttore si comporta come un **cortocircuito** (tensione nulla, corrente massima $E/R$).
Questi stati sono esattamente opposti a quelli del condensatore.

### 5.4.2 L'equazione differenziale e la sua soluzione

Scriviamo la KVL usando $v_L = L\, di/dt$:

$$E = R\, i + L\, \frac{di}{dt}$$

La forma è identica a quella del circuito RC, con $i$ al posto di $v_C$ e $L/R$ al posto di $RC$. Le condizioni al contorno sono:

- valore iniziale: $i_L(0) = 0$;
- valore finale: $i_L(\infty) = E/R$.

La soluzione è:

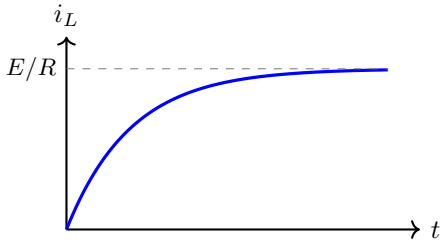
$$\boxed{i_L(t) = \frac{E}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)} \qquad \text{con} \qquad \boxed{\tau = \frac{L}{R}}$$

La **costante di tempo** $\tau = L/R$ si misura in secondi. Verifica dimensionale: $[\mathrm{H}]/[\Omega] = [\mathrm{V{\cdot}s/A}]/[\mathrm{V/A}] = [\mathrm{s}]$. ✓

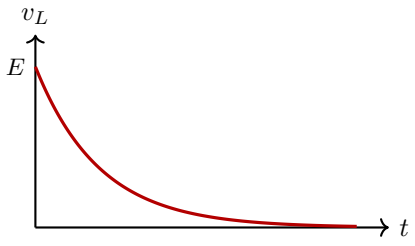
La tensione sull'induttore si ottiene da $v_L = E - Ri$:

$$\boxed{v_L(t) = E\, e^{-t/\tau}}$$

Parte dal valore massimo $E$ e decade esponenzialmente verso zero, esattamente come la corrente nel circuito RC.




Corrente $i_L(t)$




Tensione $v_L(t)$

Notate la simmetria con il circuito RC: le curve hanno la stessa forma, ma i ruoli di $i$ e $v$ sono scambiati. Nel circuito RC era la tensione a crescere con una saturazione esponenziale e la corrente a decadere; qui è il contrario.

### 5.4.3 Il significato di $\tau = L/R$

Valgono le stesse regole pratiche del transitorio RC:

| Tempo | $i_L/(E/R)$ | Significato |
|---|---|---|
| $1\,\tau$ | $\approx 63\%$ | regola del 63% |
| $3\,\tau$ | $\approx 95\%$ | |
| $5\,\tau$ | $> 99\%$ | transitorio esaurito |

Un induttore grande con resistenza piccola $\rightarrow$ $\tau$ grande $\rightarrow$ transitorio lento. La resistenza è il "freno" che dissipa energia e porta il circuito al regime; l'induttore è il "serbatoio" che rallenta questo processo.

## 5.5 Il transitorio di scarica: il picco di tensione

Supponiamo ora che l'induttore sia percorso da una corrente $I_0 = E/R$ e che improvvisamente apriamo l'interruttore, interrompendo il circuito.

Se invece la scarica avviene attraverso un resistore $R_s$ (circuito chiuso), l'equazione è $L\,di/dt + R_s\,i = 0$, con valore iniziale $I_0$ e valore finale 0. La soluzione è:

$$\boxed{i_L(t) = I_0\,e^{-t/\tau_s}} \qquad \tau_s = \frac{L}{R_s}$$

$$v_L(t) = L\,\frac{di_L}{dt} = -R_s\,I_0\,e^{-t/\tau_s}$$

Il segno negativo della tensione indica che l'induttore, durante la scarica, si comporta da **generatore**: cede al resistore l'energia magnetica accumulata, pari a $W = \frac{1}{2}LI_0^2$, interamente convertita in calore.

## 5.6 La dualità: Maxwell, condensatore e induttore

Vale la pena fermarsi un momento e guardare i due componenti fianco a fianco. La dualità tra condensatore e induttore non è una coincidenza matematica: riflette una simmetria profonda nelle equazioni di Maxwell, e capirla rende entrambi i componenti molto più facili da ricordare.

Per ciascuno dei due componenti accadono due cose distinte, governate da due equazioni diverse.

**Nel condensatore**: è la *quarta equazione* a spiegare perché scorra corrente nonostante l'isolante — la corrente di spostamento $\varepsilon_0\,\partial\vec{E}/\partial t$ chiude il circuito attraverso il dielettrico. L'opposizione — il fatto che la corrente rallenti e si fermi — viene invece dalla *prima equazione*: la carica accumulata crea un campo elettrico che contrasta il generatore.

**Nell'induttore**: è ancora la *quarta equazione* a creare il campo magnetico attorno alla bobina quando scorre corrente. Ma è la *terza equazione* — Faraday-Lenz — a generare la tensione che si oppone alla variazione: $\nabla \times \vec{E} = -\partial\vec{B}/\partial t$. Il segno $-$ è l'opposizione.

**Due equazioni per ogni componente**

| | Perché funziona | Perché si oppone |
|---|---|---|
| Condensatore | $4^{\text{a}}$ eq. (corrente di spostamento) | $1^{\text{a}}$ eq. (Gauss: $Q \to \vec{E}$) |
| Induttore | $4^{\text{a}}$ eq. (corrente $\to \vec{B}$) | $3^{\text{a}}$ eq. (Faraday-Lenz) |

Tutto il resto della dualità si legge nella tabella seguente: ogni riga è una corrispondenza esatta, con tensione e corrente scambiate di ruolo.

| Condensatore | Induttore |
|---|---|
| $Q = C\,v$ | $\Phi = L\,i$ |
| $i = C\,\dfrac{dv}{dt}$ | $v = L\,\dfrac{di}{dt}$ |
| $\tau = RC$ | $\tau = L/R$ |
| $W = \dfrac{1}{2} C\,V^2$ | $W = \dfrac{1}{2} L\,I^2$ |
| campo elettrico | campo magnetico |
| $t = 0^+$: cortocircuito | $t = 0^+$: circuito aperto |
| $t \to \infty$: circuito aperto | $t \to \infty$: cortocircuito |

## 5.7 Induttori in serie e in parallelo

Le regole di combinazione sono l'esatto speculare di quelle del condensatore.

**In serie**, la stessa corrente scorre in tutti gli induttori. Le tensioni si sommano:

$$v = L_1 \frac{di}{dt} + L_2 \frac{di}{dt} + \cdots = (L_1 + L_2 + \cdots)\frac{di}{dt}$$

$$\boxed{L_{\text{eq}}^{\text{serie}} = L_1 + L_2 + \cdots}$$

Come le resistenze in serie (e al contrario dei condensatori in serie).

**In parallelo**, tutti gli induttori hanno la stessa tensione ai capi. Le correnti si sommano, e con un calcolo duale al parallelo di resistori:

$$\boxed{\frac{1}{L_{\text{eq}}^{\parallel}} = \frac{1}{L_1} + \frac{1}{L_2} + \cdots}$$

Come le resistenze in parallelo (e al contrario dei condensatori in parallelo).

**Attenzione all'inversione**

Le regole di serie e parallelo di induttori e resistori coincidono, ma quelle di condensatori e resistori sono *invertite*. Il condensatore in parallelo si comporta come la resistenza in serie, e viceversa. L'induttore in parallelo si comporta come la resistenza in parallelo.

## 5.8 La formula generale: condizione iniziale non nulla

Esattamente come per il condensatore, anche l'induttore può avere una corrente iniziale $i_L(0) \neq 0$. La soluzione generale è la duale perfetta di quella del condensatore, con corrente al posto di tensione e $L/R$ al posto di $RC$:

$$\boxed{i_L(t) = \left[i_L(0) - i_L(\infty)\right] e^{-t/\tau} + i_L(\infty)}$$

dove $i_L(0)$ è la corrente iniziale, $i_L(\infty)$ è il valore finale e $\tau = L/R_{eq}$ è la costante di tempo.

**Come trovare i tre ingredienti**

1. **Valore iniziale** $i_L(0)$: la corrente nell'induttore nell'istante della variazione. Ricorda: la corrente nell'induttore non può saltare.
2. **Valore finale** $i_L(\infty)$: si ricava sostituendo l'induttore con un **cortocircuito** (a regime DC la tensione ai suoi capi è zero) e calcolando la corrente con i metodi ordinari.
3. **Costante di tempo** $\tau = L/R_{eq}$: dove $R_{eq}$ è la resistenza equivalente vista dai morsetti dell'induttore con tutti i generatori indipendenti spenti.

## 5.9 Applicazioni pratiche

L'induttore è presente ovunque nell'elettronica e nelle telecomunicazioni, spesso in modo non immediatamente visibile.

Nei **filtri**: combinando induttori e condensatori si costruiscono circuiti che lasciano passare solo certe frequenze (filtri passa-basso, passa-alto, passa-banda). Un induttore oppone molta resistenza alle correnti che variano velocemente (alta frequenza) e poca a quelle lente (bassa frequenza): un comportamento complementare al condensatore, che fa il contrario. Questa proprietà è alla base di tutti i circuiti di accordo nelle radio e nelle antenne.

Nei **trasformatori**: due bobine accoppiate magneticamente trasferiscono energia da un circuito all'altro, modificando tensione e corrente. È il principio su cui funziona l'intera rete elettrica di distribuzione.

Negli **alimentatori switching**: l'induttore funziona da serbatoio di energia che, caricato e scaricato a frequenza elevata, permette di convertire una tensione in un'altra con perdite minime. Questi convertitori sono presenti in ogni caricatore USB, notebook, e dispositivo elettronico.